

Aufgabenserie 9 zur Vorlesung "Stochastik für Informatiker"

1. In einer Messreihe wurden folgende Kapazitätswerte von produzierten Kondensatoren gemessen (Einheit μF)

198, 201, 195, 209, 204.

a) Skizzieren Sie die empirische Verteilungsfunktion für diese Daten.

b) Eine Fortsetzung der Messreihe ergab die Werte

196, 208, 192, 201, 207, 191, 202, 198, 202, 210.

Geben Sie für diese insgesamt 15 Werte ein Histogramm an (4 Teilintervalle). Wählen Sie dabei die Darstellung, die eine Schätzung der Dichte liefert.

2. Bei einem Server wurde die Zeit, die zwischen dem Eintreffen von E-Mails vergeht, beobachtet. Dabei ergaben sich die Zeiten (in Sekunden):

55, 65, 49, 82, 19, 115, 89, 58, 10, 91, 38, 42, 93.

a) Bestimmen Sie den Mittelwert, die Stichprobenvarianz, die empirische Standardabweichung und den empirischen Median.

b) Ermitteln Sie die empirischen Quartile $\hat{q}_{0.25}$ und $\hat{q}_{0.75}$ sowie $\hat{q}_{0.4}$ und den empirischen Median.

c) Skizzieren Sie einen Box-Whisker-Plot.

3. Für die Bearbeitungszeit von Aufträgen (in *min*) liegen folgende Datenwerte vor:

55, 62, 68, 58, 59, 67, 70, 66, 51, 54.

a) Man skizziere die empirische Verteilungsfunktion.

b) Skizzieren Sie zu den Daten ein Histogramm (4 Teilintervalle).

c) Man bestimme die empirischen Quantile der Ordnung 0.25, 0.4 und 0.75. Welche Aussagen können aus diesen Werten abgeleitet werden? Zeichnen Sie einen Box-Whisker-Plot.

4. Von 15 Männern im Alter von 20-30 Jahren wurden die Körpergewichte in kg gemessen:

72, 75, 83, 70, 95, 78, 61, 64, 81, 93, 89, 75, 86, 71, 69.

Es kann angenommen werden, dass die Körpergewichte normalverteilt sind mit den Parametern μ und σ^2 .

- a) Geben Sie unter Verwendung der Daten Schätzwerte für diese beiden Parameter an.
- b) Bestimmen Sie die empirischen Quartile $\hat{q}_{0.2}$ und $\hat{q}_{0.7}$ sowie den empirischen Median. Geben Sie eine Interpretation der Werte an.
- c) Ermitteln Sie einen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit, dass das Körpergewicht kleiner als $80kg$ ist und einen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit, dass es zwischen $60kg$ und $85kg$ liegt.

5. Bestimmen Sie einen Maximum-Likelihood-Schätzer für den Parameter θ der Verteilung mit der Dichte

$$\begin{aligned} \text{a) } f_{\theta}(x) &= \begin{cases} \theta x^{\theta-1} & \text{für } x \in [0, 1], \\ 0 & \text{sonst, } \theta > 0. \end{cases} \\ \text{b) } f_{\theta}(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\theta)^2/2} \text{ mit } \theta \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

6. Die Zeit zwischen dem Eintreffen von Taxis an einem Taxistand kann als exponentialverteilt angenommen werden. Beobachtungen zu diesen Zwischenzeiten lieferten folgende Werte in Minuten:

3, 15, 4, 22, 1, 30, 11, 7, 5, 42.

- a) Geben Sie einen Schätzer für den Parameter der Exponentialverteilung an. Bestimmen Sie einen Näherungswert für die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 10)$.
- b) Welche Verteilung besitzt der Mittelwert näherungsweise für großes n bei bekanntem Parameter λ der Exponentialverteilung?
- c) Warum wird der Mittelwert als Schätzer für den Erwartungswert um so genauer, je mehr Daten vorliegen?