

Aufgabenserie 2 zur Vorlesung "Stochastik für Informatiker"

1. Eine bei einem Nutzer ankommende E-Mail stammt mit Wahrscheinlichkeit 0.5 von einem Arbeitskollegen und ist dienstlicher Natur. Mit Wahrscheinlichkeit 0.3 ist der Absender dieser E-Mail ein guter Bekannter aus dem privaten Bereich und mit Wahrscheinlichkeit 0.2 ist der Absender ein Versandhaus. Bei einer dienstlichen E-Mail erwartet der Absender mit Wahrscheinlichkeit 0.9 eine sofortige Reaktion. Es ist unmittelbar eine Antwort-E-Mail zu schreiben. Eine solche Reaktion ist bei einer E-Mail eines Bekannten mit Wahrscheinlichkeit 0.2 und bei einer E-Mail von einem Versandhaus mit Wahrscheinlichkeit 0.1 erforderlich.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die eintreffende E-Mail sofort zu beantworten ist?

b) Eine ankommende E-Mail ist unmittelbar nach dem Eintreffen zu beantworten. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten, dass diese E-Mail von einem Arbeitskollegen, einem guten Bekannten bzw. von einem Versandhaus stammt.

2. Der Anteil an der Gesamtbevölkerung, der an einer bestimmten Infektion erkrankt, ist 0.01. Ein Diagnoseverfahren für diese Infektion habe die Irrtumswahrscheinlichkeit 0.2 für ein positives Testergebnis, obwohl die Testperson nicht infiziert war. Dieses Verfahren besitzt die Irrtumswahrscheinlichkeit 0.05 für ein negatives Testergebnis, obwohl die Testperson infiziert war.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das Testergebnis einer zufällig ausgewählten Person positiv?

b) Angenommen ein Test war positiv. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Patient auch tatsächlich infiziert?

c) Angenommen, es wurden 10 Personen zufällig ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist wenigstens eines der 10 Testergebnisse positiv, wenn die Gesamtbevölkerung sehr groß ist?

3. Der Fachmarkt expertikus verkauft Fernsehgeräte von 3 Herstellern. Eine Verkaufsanalyse zeigte, dass 20% der Kunden ein Gerät der Marke "Philips", 30% eines der Marke "Grundig" und 50% eines der Marke "Sony" erwerben. Die Wahrscheinlichkeit, dass in der Garantiezeit keine Reparatur erforderlich ist, beträgt für die genannten Marken 0.99, 0.97 bzw. 0.95. Es kommt gerade ein Kunde mit einer Reklamation ins Geschäft. Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten, dass es sich dabei um ein Gerät einer der Marken handelt?

4. Eine Versicherung teilt Autofahrer in vier Gruppen:

A ausgezeichnete Autofahrer, die mit Wahrscheinlichkeit 0.995 ein Jahr lang keinen Unfall verursachen,

G gute Autofahrer, die mit Wahrscheinlichkeit 0.98 ein Jahr lang keinen Unfall verursachen,

M mittelmäßige Autofahrer, welche mit Wahrscheinlichkeit 0.94 ein Jahr lang unfallfrei fahren, und

S schlechte Autofahrer, die mit Wahrscheinlichkeit 0.1 mindestens einen Unfall in einem Jahr verursachen.

Es wird angenommen, dass jeder der Gruppen A, G, M und S jeweils ein Viertel aller Autofahrer zugeschrieben werden können, und dass innerhalb jeder Gruppe die Zahl der Unfälle des folgenden Jahres nicht von der Zahl der Unfälle des aktuellen Jahres abhängt.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit baut ein zufällig ausgewählter Autofahrer einen Unfall?

b) Die Versicherung verkauft Herrn K. Rach ein Versicherungspolice. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gehört er zur Klasse M bzw. zur Klasse S, wenn er bereits im ersten Jahr einen Unfall verursacht hat.

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gehört er zur Klasse G, wenn er in den ersten beiden Jahren keinen Unfall verschuldet hat?

5. Eine Nachrichtenquelle sendet Signale a_1, a_2, a_3 mit den positiven Wahrscheinlichkeiten 0.6, 0.3, 0.1. Nach Übertragung durch einen gestörten Kanal wird vom Empfänger eines der Signale b_1, b_2, b_3 empfangen. p_{ij} sei die Wahrscheinlichkeit, dass b_j empfangen wird, falls a_i gesendet wurde. Diese Wahrscheinlichkeiten sind durch die folgende Tabelle gegeben:

empfangen	b_1	b_2	b_3
gesendet a_1	0.9	0.1	*
gesendet a_2	0.2	0.5	*
gesendet a_3	0	0.4	*

a) Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten an Stelle der Sterne *.

b) Man berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass b_1 bzw. b_2 bzw. b_3 empfangen wird.

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten r_{ij} , wobei r_{ij} die Wahrscheinlichkeit dafür ist, dass das Sendesignal a_i vorliegt, falls b_j empfangen wurde.